

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19

Решите уравнение $(3x^2 - 1)^2 + 2(3x^2 - 1)(x - 3) + (x - 3)^2 = 0$.

Решение.

$$(3x^2 - 1)^2 + 2(3x^2 - 1)(x - 3) + (x - 3)^2 = 0 \quad -$$

квадрат суммы двух выражений $3x^2 - 1$ и $x - 3$.

$$(3x^2 - 1 + x - 3)^2 = 0, \quad 3x^2 + x - 4 = 0, \quad x_1 = 1, x_2 = -\frac{4}{3}.$$

Ответ: $-1\frac{1}{3}$; 1.

Содержание критерия оценивания	Балл
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

20

Решите неравенство $(4 - \sqrt{17})(7 - 2x) \leq \frac{1}{4 + \sqrt{17}}$.

Решение. $(4 - \sqrt{17})(7 - 2x) \leq \frac{1}{4 + \sqrt{17}}$.

Так как $4 + \sqrt{17} > 0$, то $(4 + \sqrt{17})(4 - \sqrt{17})(7 - 2x) \leq 1$,

$$(16 - 17)(7 - 2x) \leq 1, \quad -(7 - 2x) \leq 1, \quad 2x - 7 \leq 1, \quad 2x \leq 8, \quad x \leq 4.$$

Ответ: $x \leq 4$.

Содержание критерия оценивания	Балл
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

21

Найдите первый член арифметической прогрессии, если ее восьмой член равен 24, а сумма первых восьми членов равна 124.

Решение. Пусть (a_n) – искомая арифметическая прогрессия. Тогда

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8; \quad a_1 + a_8 = \frac{S_8}{4}.$$

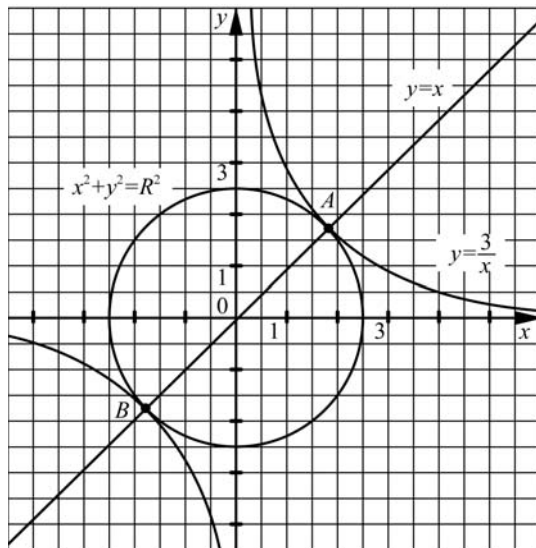
По условию $a_8 = 24, S_8 = 124$: $a_1 + 24 = \frac{124}{4}, \quad a_1 = 7$.

Ответ: 7.

Содержание критерия	Балл
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

- 22** Найдите координаты общих точек гиперболы $y = \frac{3}{x}$ и окружности $x^2 + y^2 = R^2$, если известно, что их ровно две.

Решение. Очевидно, данные гипербола и окружность симметричны относительно прямой $y = x$ и, поэтому, имеют ровно две общие точки в том, и только том случае, когда эти точки принадлежат прямой $y = x$ (см. рисунок). Тогда $x = \frac{3}{x}$, $x^2 = 3$, $x = \pm\sqrt{3}$. Значит, общие точки гиперболы и окружности $A(\sqrt{3}; \sqrt{3})$, $B(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$.



Ответ: $(\sqrt{3}; \sqrt{3})$, $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

- 23** Туристы на моторной лодке проплыли два часа против течения реки, после чего повернули обратно и 12 минут плыли по течению, выключив мотор. Затем они включили мотор и через один час после этого прибыли к месту старта. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости лодки? Скорость лодки в неподвижной воде (собственная скорость лодки) и скорость течения реки считаются постоянными.

Решение. Пусть x км/ч – собственная скорость лодки, y км/ч – скорость течения реки. Тогда против течения реки туристы проплыли $2(x - y)$ км. На обратный путь по течению реки туристы затратили 12 мин = $\frac{1}{5}$ ч на движение

с выключенным мотором, за которые проплыли $\left(\frac{1}{5}y\right)$ км, и ещё 1 час с включенным мотором, за который проплыли $(x + y)$ км, всего по течению реки $\left(\frac{1}{5}y + x + y\right)$ км. Следовательно,

$$2(x - y) = \frac{1}{5}y + x + y, \quad x = 3,2y, \quad \frac{x}{y} = 3,2.$$

Значит, скорость течения реки меньше собственной скорости лодки в 3,2 раза.

Ответ: 3,2.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $(2x^2 + 1)^2 - 2(2x^2 + 1)(x + 4) + (x + 4)^2 = 0$.

Решение.

$$(2x^2 + 1)^2 - 2(2x^2 + 1)(x + 4) + (x + 4)^2 = 0 \quad -$$

квадрат разности двух выражений $2x^2 + 1$ и $x + 4$.

$$(2x^2 + 1 - x - 4)^2 = 0, \quad 2x^2 - x - 3 = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = \frac{3}{2}.$$

Ответ: – 1; 1,5.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

20 Решите неравенство $(4 - \sqrt{15})(4 - 3x) \geq \frac{1}{4 + \sqrt{15}}$.

Решение. $(4 - \sqrt{15})(4 - 3x) \geq \frac{1}{4 + \sqrt{15}}$. Так как $4 + \sqrt{15} > 0$, то

$$(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15})(4 - 3x) \geq 1, \quad (16 - 15)(4 - 3x) \geq 1, \quad 4 - 3x \geq 1, \quad x \leq 1.$$

Ответ: $x \leq 1$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

21 Найдите первый член арифметической прогрессии, если ее седьмой член равен 13, а сумма первых семи членов равна 28.

Решение. Пусть (a_n) – искомая арифметическая прогрессия. Тогда

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7, \quad a_1 + a_7 = \frac{2S_7}{7}.$$

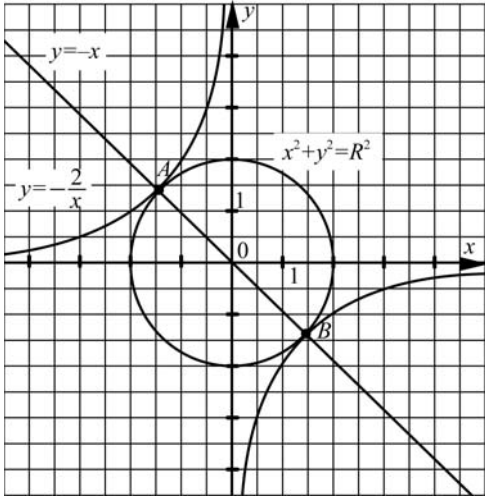
По условию $a_7 = 13, S_7 = 28$: $a_1 + 13 = \frac{2 \cdot 28}{7}, \quad a_1 = -5$.

Ответ: – 5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

22 Найдите координаты общих точек гиперболы $y = -\frac{2}{x}$ и окружности $x^2 + y^2 = R^2$, если известно, что их ровно две.

Решение. Очевидно, данные гипербола и окружность симметричны относительно прямой $y = -x$ и, поэтому, имеют ровно две общие точки в том, и только том случае, когда эти точки принадлежат прямой $y = -x$ (см. рисунок).



Тогда $x = \frac{2}{x}$, $x^2 = 2$, $x = \pm\sqrt{2}$. Значит, общие точки гиперболы и окружности $A(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $B(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Ответ: $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

- 23
- Туристы на моторной лодке проплыли один час по течению реки, после чего выключили мотор и плыли по течению реки еще 30 минут. Затем они, включив мотор, повернули обратно и через три часа после этого прибыли к месту старта. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости лодки? Скорость лодки в неподвижной воде (собственная скорость лодки) и скорость течения реки считаются постоянными.

Решение. Пусть x км/ч – собственная скорость лодки, y км/ч – скорость течения реки. Тогда по течению реки туристы проплыли в течение 1 часа $(x + y)$ км и в течение 30 мин = 0,5 ч с выключенным мотором $0,5y$ км. На обратный путь против течения реки туристы затратили 3ч, за которые проплыли $3(x - y)$ км. Следовательно,

$$x + y + 0,5y = 3(x - y), \quad 2x = 4,5y, \quad \frac{x}{y} = 2,25.$$

Значит, скорость течения реки меньше собственной скорости лодки в 2,25 раза.

Ответ: 2,25.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	3
2	3
3	341
4	0,25
5	3
6	$(a-b)/ab$
7	1
8	1
9	-12

№ задания	Ответ
10	4
11	2
12	4
13	4
14	2
15	2
16	4,5
17	13
18	14

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	4
2	2
3	412
4	0,2
5	1
6	$(a-b)/ab$
7	2
8	3
9	10

№ задания	Ответ
10	4
11	1
12	1
13	4
14	3
15	1
16	20
17	0,4
18	4

<http://vkontakte.ru/club10175642>