Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\dfrac{3^2 \cdot 25^4}{5^{10} \cdot 2^2}$.

Решение. $\dfrac{3^2 \cdot 25^4}{5^{10} \cdot 2^2} = \dfrac{3^2 \cdot 5^8}{5^{10} \cdot 2^2} = \dfrac{3^2}{5^2 \cdot 2^2} = \dfrac{9}{100} = 0,09.$

Ответ: 0,09.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

20 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда.

Решение. 36 с $= \dfrac{36}{3600}$ ч $= 0,01$ ч.

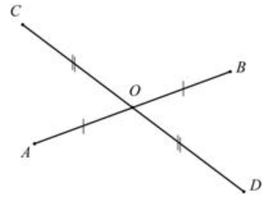
Тогда мимо придорожного столба поезд проезжает расстояние, равное длине поезда:

$90 \cdot 0,01 = 0,9$ (км) $= 900$ (м).

Ответ: 900 м.

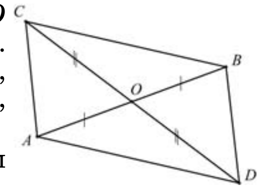
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, являющейся их серединой. Докажите равенство треугольников ABC и BAD.



Решение. В четырехугольнике $ACBD$ диагонали AB и CD пересекаются в точке O и делятся этой точкой пополам. Следовательно, четырехугольник $ACBD$ – параллелограмм, а, значит, его противоположные стороны равны: $AC = BD$, $BC = AD$.

Итак, треугольники ABC и BAD равны по трем сторонам (AB – общая).



Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Ход решения верный, но даны неполные объяснения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

22 Найдите все значения k, при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

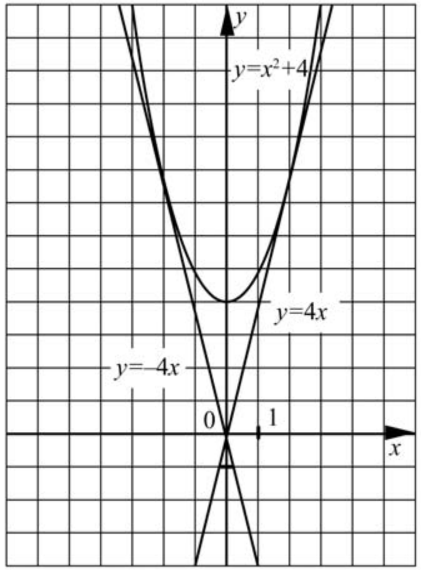
Решение. Графиком функции $y = x^2 + 4$ является парабола, ветви которой направлены вверх, с вершиной в точке (0; 4).

Данные прямая и парабола имеют ровно одну общую точку тогда, и только тогда, когда система уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 4, \\ y = kx \end{cases}$ имеет единственное решение.

Значит, уравнение $x^2 + 4 = kx$ должно иметь единственный корень.

$$x^2 - kx + 4 = 0,\ D = k^2 - 16 = 0,\ k^2 = 16,\ k = \pm 4.$$

Прямые $y = 4x$ и $y = -4x$ имеют с параболой $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку (см. рисунок).



Ответ: $k = -4$, $k = 4$.

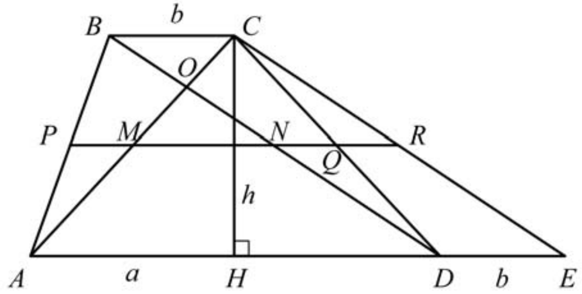
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но указано только одно значение параметра k или допущена одна вычислительная ошибка; Или найдены значения $k = \pm 4$, но не построены графики	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

23 В трапеции $ABCD$ основание AD в 5 раз больше основания BC. Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках M и N. Найдите отношение площади треугольника MON к площади трапеции.

Решение. 1) Пусть в трапеции $ABCD$ основания $AD = a$, $BC = b$, высота $CH = h$. По условию $a = 5b$.

2) Средняя линия PQ трапеции $ABCD$ пересекает диагональ AC в точке M, диагональ BD в точке N.

3) Выполним дополнительное построение: через вершину трапеции C проведем прямую, параллельную диагонали BD до пересечения с основанием AD – точка E.



Четырехугольник $BCED$ – параллелограмм ($BD \parallel CE$, $BC \parallel DE$), поэтому $DE = BC = b$.

4) Рассмотрим треугольник ACE: $AE = AD + DE = a + b$, высота $CH = h$.

$$S_{\Delta ACE} = \frac{1}{2} AE \cdot CH = \frac{1}{2}(a+b)h = S_{ABCD}.$$

5) В треугольнике MON: $MN = MR - NR = \dfrac{a+b}{2} - b = \dfrac{a-b}{2}$.

6) Треугольники MON и ACE подобны по двум углам ($\angle M = \angle A$ – соответственные при параллельных прямых MN и AD и секущей AC, $\angle O = \angle C$ – соответственные при параллельных прямых BD и CE и секущей AC). Значит, их площади относятся как квадраты их соответствующих линейных размеров:

$$\frac{S_{\Delta MON}}{S_{\Delta ACE}} = \left(\frac{MN}{AE}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a-b}{2}}{a+b}\right)^2 = \left(\frac{\frac{5b-b}{2}}{5b+b}\right)^2 = \left(\frac{2b}{6b}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

Следовательно, $\frac{S_{\Delta MON}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9}$.

Ответ: $\frac{1}{9}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

http://vkontakte.ru/club10175642

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\dfrac{2^2 \cdot 4^8}{16^5 \cdot 5^2}$.

Решение. $\dfrac{2^2 \cdot 4^8}{16^5 \cdot 5^2} = \dfrac{2^2 \cdot 2^{16}}{2^{20} \cdot 5^2} = \dfrac{2^{18}}{2^{20} \cdot 5^2} = \dfrac{1}{2^2 \cdot 5^2} = \dfrac{1}{100} = 0,01.$

Ответ: 0,01.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

20 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 24 секунды. Найдите длину поезда.

Решение. 24 с $= \dfrac{24}{3600}$ ч $= \dfrac{1}{150}$ ч.

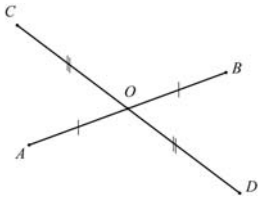
Тогда мимо придорожного столба поезд проезжает расстояние, равное длине поезда:

$$60 \cdot \frac{1}{150} = 0{,}4 \text{ (км)} = 400 \text{ (м)}.$$

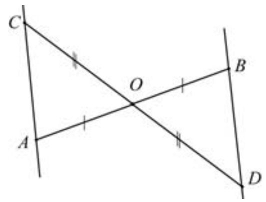
Ответ: 400 м.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, являющейся их серединой. Докажите параллельность прямых AC и BD.



Решение. $\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные. Треугольники AOC и BOD равны по двум соответственно равным сторонам и равным углам между ними.



В этих треугольниках $\angle CAO = \angle DBO$ как соответственно равные элементы, и так как эти углы являются внутренними накрест лежащими при прямых AC и BD и секущей AB, то прямые AC и BD параллельны.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Ход решения верный, но даны неполные объяснения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

22 Найдите все значения k, при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = -x^2 - 1$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

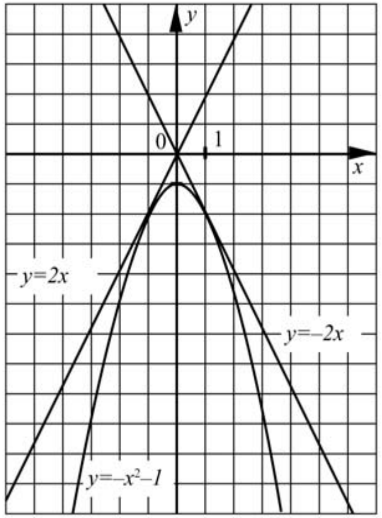
Решение. Графиком функции $y = -x^2 - 1$ является парабола, ветви которой направлены вниз, и с вершиной в точке (0; – 1). Данные прямая и парабола имеют ровно одну общую точку тогда, и только тогда, когда система уравнений

$$\begin{cases} y = -x^2 - 1, \\ y = kx \end{cases}$$

имеет единственное решение. Значит, уравнение $-x^2 - 1 = kx$ должно иметь единственный корень.

$$x^2 + kx + 1 = 0,\ D = k^2 - 4 = 0,\ k^2 = 4,\ k = \pm 2.$$

Прямые $y = 2x$ и $y = -2x$ имеют с параболой $y = -x^2 - 1$ ровно одну общую точку (см. рисунок).



Ответ: $k = -2$, $k = 2$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, но указано только одно значение параметра k или допущена одна вычислительная ошибка; Или найдены значения $k = \pm 2$, но не построены графики	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

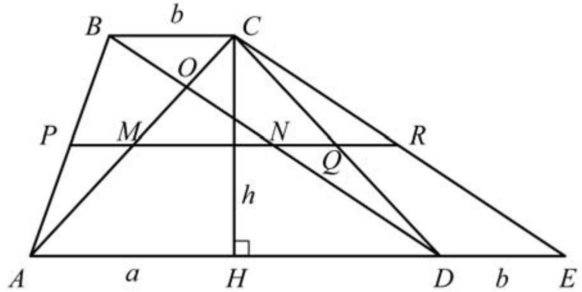
23 В трапеции $ABCD$ основание AD в 3 раза больше основания BC. Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках M и N. Найдите отношение площади треугольника MON к площади трапеции.

Решение.

1) Пусть в трапеции $ABCD$ основания $AD = a$, $BC = b$, высота $CH = h$. По условию $a = 3b$.

2) Средняя линия PQ трапеции $ABCD$ пересекает диагональ AC в точке M, диагональ BD в точке N.

3) Выполним дополнительное построение: через вершину трапеции C проведем прямую, параллельную диагонали BD до пересечения с прямой, содержащей основание AD – точка E.



Четырехугольник $BCED$ – параллелограмм ($BD \parallel CE$, $BC \parallel DE$), поэтому $DE = BC = b$.

4) Рассмотрим треугольник ACE: $AE = AD + DE = a + b$, высота $CH = h$.

$$S_{\Delta ACE} = \frac{1}{2}AE \cdot CH = \frac{1}{2}(a+b)h = S_{ABCD}.$$

5) В треугольнике MON: $MN = MR - NR = \dfrac{a+b}{2} - b = \dfrac{a-b}{2}$.

6) Треугольники MON и ACE подобны по двум углам ($\angle M = \angle A$ – соответственные при параллельных прямых MN и AD и секущей AC, $\angle O = \angle C$ – соответственные при параллельных прямых BD и CE и секущей AC). Значит, их площади относятся как квадраты их соответствующих линейных размеров:

$$\frac{S_{\Delta MON}}{S_{\Delta ACE}} = \left(\frac{MN}{AE}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a-b}{2}}{a+b}\right)^2 = \left(\frac{\frac{3b-b}{2}}{3b+b}\right)^2 = \left(\frac{b}{4b}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}.$$

Следовательно, $\frac{S_{\Delta MON}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{16}$.

Ответ: $\frac{1}{16}$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	124
2	2
3	18 и 19
4	9
5	0,2
6	3
7	3
8	4
9	96

№ задания	Ответ
10	1,5
11	2
12	(0,8;1,4)
13	34
14	Нет решений
15	27
16	–25
17	123
18	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	142
2	84
3	10 и 11
4	8
5	0,125
6	2
7	3
8	4
9	275

№ задания	Ответ
10	2/3
11	1
12	(–1;5)
13	124
14	x - любой
15	23
16	61,5
17	123
18	15